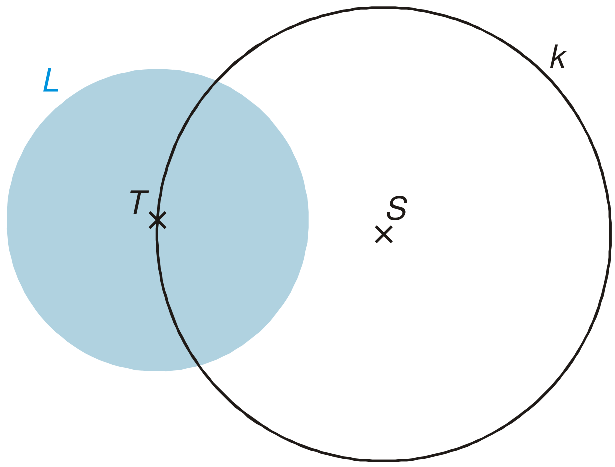
3.4.1 Kružnice, kruh

Předpoklady: 010405

Př. 1: Je dán bod S. Narýsuj $k(S;4\text{cm})$. Na k sestroj bod T. Narýsuj a vytáhni modrou pastelkou $L(T;3\text{cm})$.

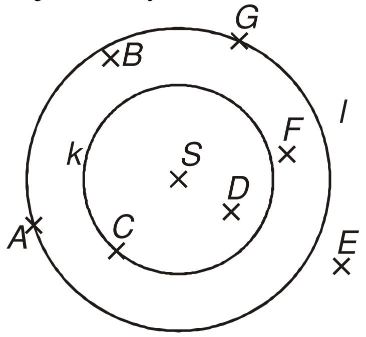


Malé písmeno: kružnice (pouze čára).
Velké písmeno: kruh (plocha).

Př. 2: Doplň věty.
"Kružnice $k(S;r)$ je množina všech bodů X roviny, pro které platí …".
"Kruh $K(S;r)$ je množina všech bodů X roviny, pro které platí …".

"Kružnice $k(S;r)$ je množina všech bodů X roviny, pro které platí $|XS| = r$ ($r > 0$)".
"Kruh $K(S;r)$ je množina všech bodů X roviny, pro které platí $|XS| \le r$ ($r > 0$)".

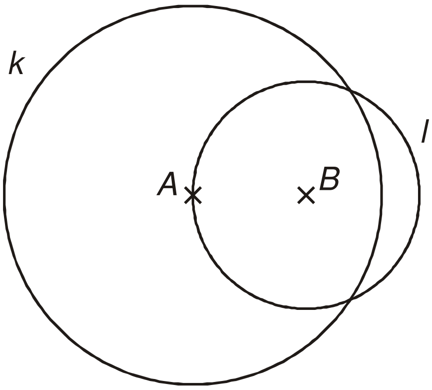
Př. 3: Které z vyznačených bodů:
a) leží na kružnici k, b) jsou body kruhu K,
c) jsou body kruhu L a nejsou body kružnice k,
d) jsou body kruhu L a leží na kružnici k.



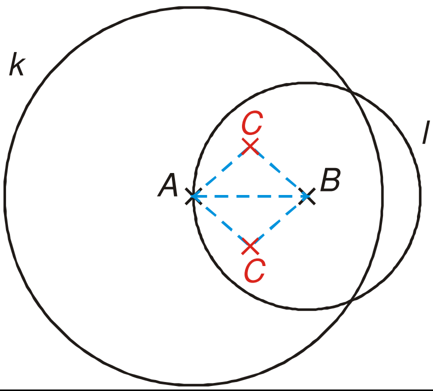
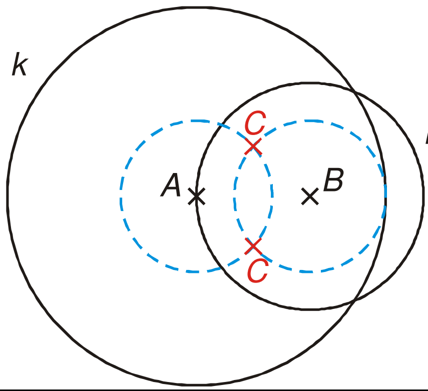
a) Body, které leží na kružnici k: C.
b) Body, které jsou body kruhu K: C, D, S.

c) Body, které jsou body kruhu L a nejsou body kružnice k: A, B, F, G, S.
d) Body, které jsou body kruhu L a leží na kružnici k: C.

Př. 4: Nakresli (nerýsuj) do obrázku dvě kružnice: $k(A;5\,\text{km})$, $l(B;3\,\text{km})$, $|AB| = 3\,\text{km}$.
Dokresli do obrázku bod:
a) $C;|CA| = |CB| = 2\,\text{km}$,
b) $D;|DA| = 5\,\text{km};|DB| = 3\,\text{km}$,
c) $E;|EA| < 5\,\text{km};|EB| > 3\,\text{km}$,
d) $F;|FA| \geq 5\,\text{km};|FB| < 3\,\text{km}$.
U každého z bodů C, D, E, F rozmysli všechna místa, do kterých ho můžeme umístit. Kvůli větší přehlednosti nakresli pro každou ze čtyř částí příkladu nový obrázek.



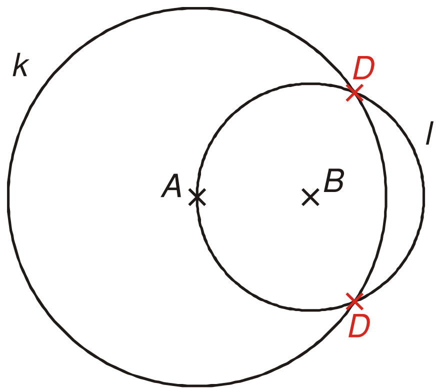
a) $C;|CA| = |CB| = 2\,\text{km}$
Existují dvě možné polohy bodu C, které si můžeme představit například jako

vrcholy rovnoramenného trojúhelníka se základnou AB. 	průsečíky dvou kružnic o poloměru 2 cm se středy v bodech A a B. 

b) $D;|DA| = 5\,\text{km};|DB| = 3\,\text{km}$

- $|DA| = 5\,\text{km} \Rightarrow$ bod D leží na kružnici k,
- $|DB| = 3\,\text{km} \Rightarrow$ bod D leží na kružnici l,

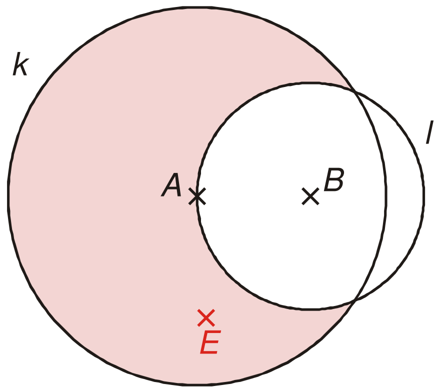
$\Rightarrow$ bod D leží na průsečíku kružnic k a l (jsou tedy dvě možnosti).



c) $E; |EA| < 5\,\text{km}; |EB| > 3\,\text{km}$

- $|EA| < 5\,\text{km} \Rightarrow$ bod E leží uvnitř kružnice k,
- $|EB| > 3\,\text{km} \Rightarrow$ bod E leží vně kružnice l,

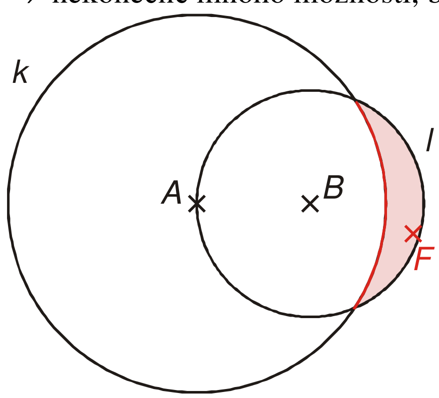
$\Rightarrow$ nekonečně mnoho možností, bodem E může být každý bod v červeně vybarvené oblasti.



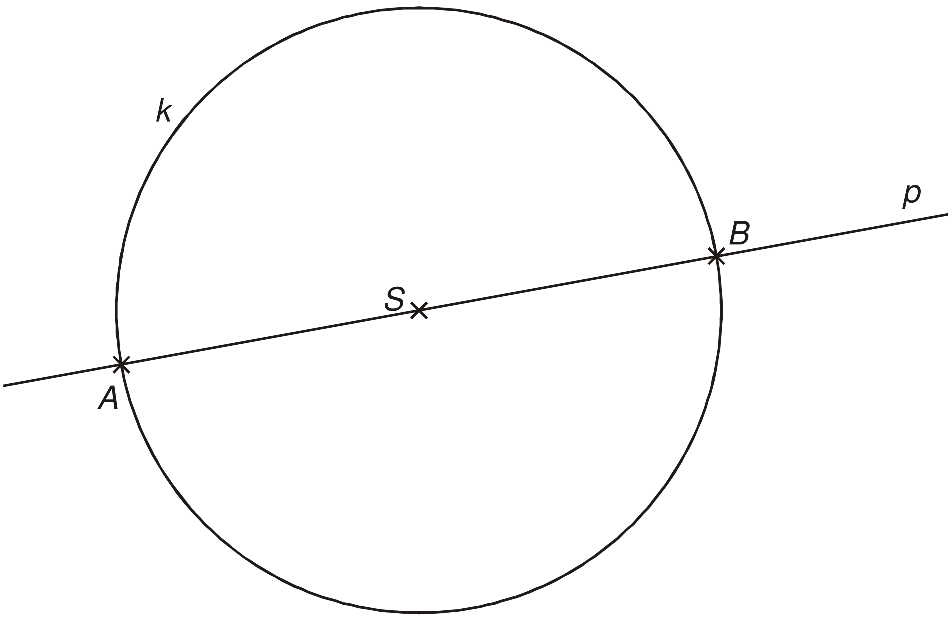
d) $F; |FA| \geq 5\,\text{km}; |FB| < 3\,\text{km}$

- $|FA| \geq 5\,\text{km} \Rightarrow$ bod F leží vně nebo na kružnici k,
- $|FB| < 3\,\text{km} \Rightarrow$ bod F leží uvnitř kružnice l,

$\Rightarrow$ nekonečně mnoho možností, bodem F může být každý bod v červeně vybarvené oblasti.



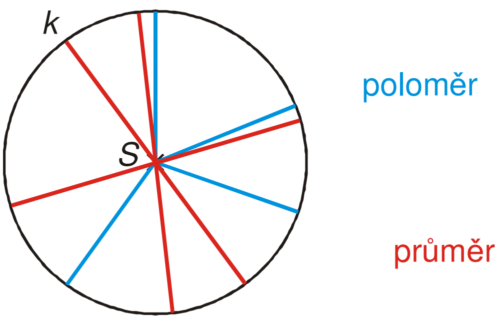
Př. 5: Narýsuj kružnici $k(S;4\,\text{cm})$ a přímku p, $S \in p$. Průsečíky přímky p s kružnicí k označ A, B. Změř vzdálenosti $|AB|$, $|SA|$, $|SB|$. Jak si můžeš ověřit, že jsi rýsoval přesně?



$|SA| = |SB| = 4\,\text{cm}$ $\qquad |AB| = 2 \cdot |SA| = 8\,\text{cm}$

Pokud jsme rýsovali správně, musí se vzdálenosti $|SA|$ a $|SB|$ rovnat poloměru a vzdálenost $|AB|$ dvojnásobku poloměru.

Př. 6: Nakresli obrázek, který vysvětluje termíny poloměr a průměr kružnice. Jaký je vztah mezi průměrem a poloměrem? Zkus oba termíny definovat.



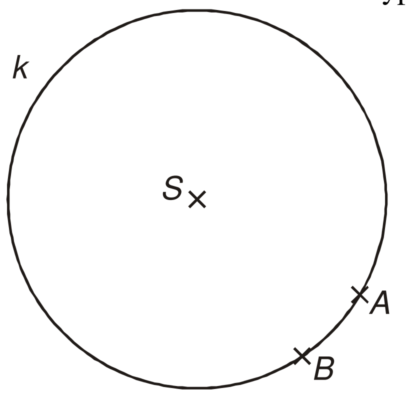
Průměr je dvojnásobek poloměru.

Poloměr (modré vzdálenosti): Vzdálenost libovolného bodu na kružnici od středu.
Průměr (červené vzdálenosti): Délka libovolné úsečky, jejíž krajní body leží na kružnici a která prochází středem.

Př. 7: Rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení.
a) Pokud jsou body A, B body kružnice k, musí se jejich vzdálenost rovnat průměru kružnice k.
b) Když se vzdálenost bodů C, D rovná poloměru kružnice a bod C je jejím středem,

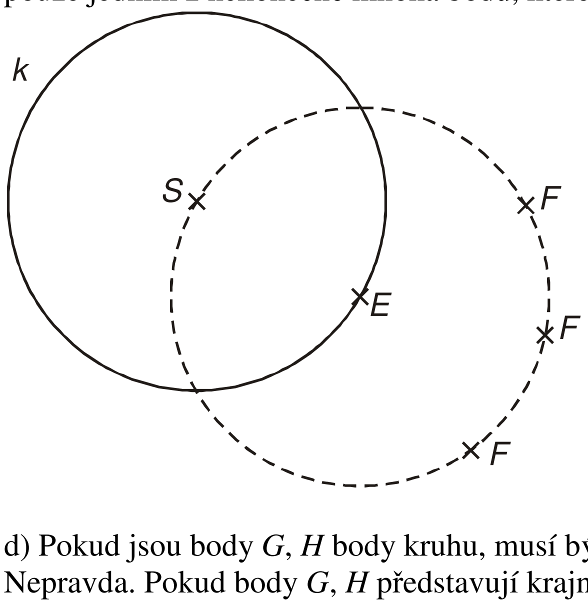
musí bod *D* ležet na kružnici.
c) Když se vzdálenost bodů *E*, *F* rovná poloměru kružnice a bod *E* leží na této kružnici, musí být bod *F* jejím středem.
d) Pokud jsou body *G*, *H* body kruhu, musí být jejich vzdálenost menší než průměr kruhu.

a) Pokud jsou body *A*, *B* body kružnice *k*, musí se jejich vzdálenost rovnat průměru kružnice *k*.
Nepravda. Skutečnost, že body *A*, *B* leží na kružnici *k*, neznamená, že úsečka *AB* je průměrem této kružnice. Situace může vypadat například takto:



b) Když se vzdálenost bodů *C*, *D* rovná poloměru kružnice a bod *C* je jejím středem, musí bod *D* ležet na kružnici.
Pravda. Kružnice je množina všech bodů, jejichž vzdálenost od středu je rovna poloměru ⇒ pokud je bod *C* středem kružnice a bod *D* je od něj vzdálen o poloměr kružnice, musí bod *D* na kružnici ležet.

c) Když se vzdálenost bodů *E*, *F* rovná poloměru kružnice a bod *E* leží na této kružnici, musí být bod *F* jejím středem.
Nepravda. Bod *F* musí ležet na kružnici se středem v bodě *E*, ale střed původní kružnice je pouze jedním z nekonečně mnoha bodů, které na této kružnici leží.

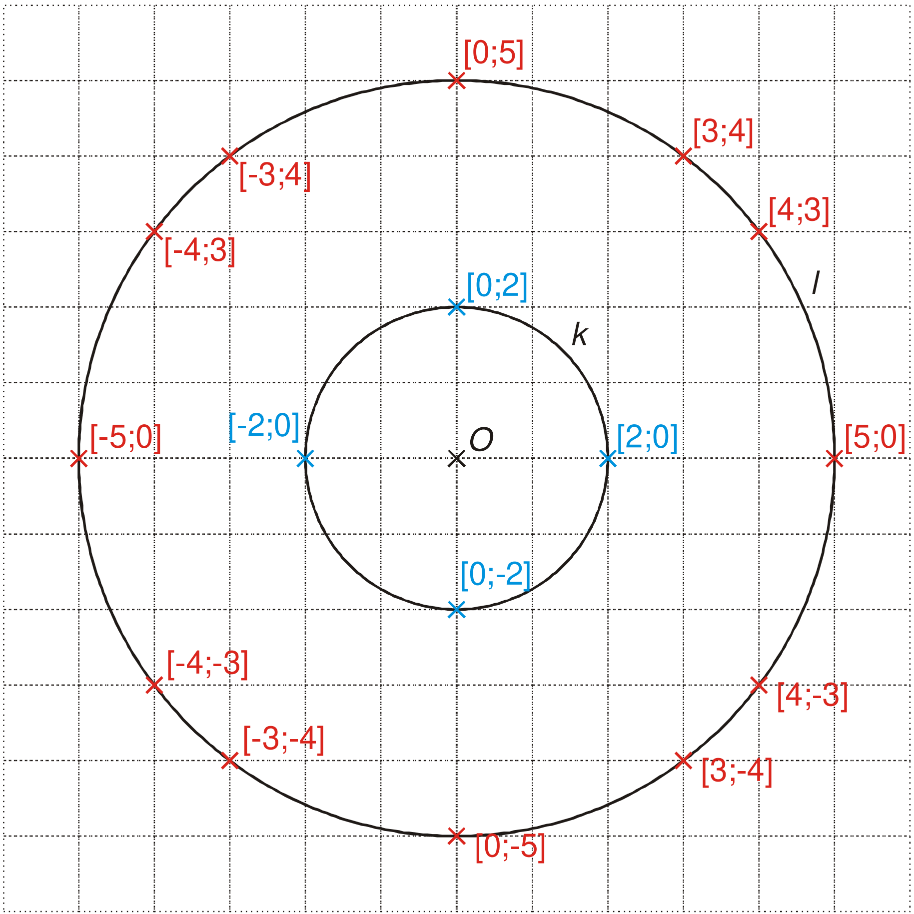


d) Pokud jsou body *G*, *H* body kruhu, musí být jejich vzdálenost menší než průměr kruhu.
Nepravda. Pokud body *G*, *H* představují krajní body průměru kružnice, jejich vzdálenost není menší než průměr kruhu, ale průměru kruhu se rovná.

Př. 8: V pravoúhlé soustavě souřadnic s počátkem O je narýsována kružnice $k(O;2\,\text{cm})$. Zapiš pomocí souřadnic všechny body, které leží na kružnici k a jejichž souřadnice jsou celá čísla. Zapiš všechny body, které leží na kružnici $l(O;5\,\text{cm})$ a jejichž souřadnice jsou celá čísla.

Na kružnici $k(O;2\,\text{cm})$ leží čtyři body, jejichž souřadnice jsou celá čísla:
$[2;0];[0;2];[-2;0];[0;-2]$.

Na kružnici $l(O;5\,\text{cm})$ leží dvanáct bodů, jejichž souřadnice jsou celá čísla:
$[5;0];[4;3];[3;4];[0;5];[-3;4];[-4;3];[-5;0];[-4;-3];[-3;-4];[0;-5];[3;-4];[4;-3]$.



Pedagogická poznámka: Určitě se najde někdo, koho napadne souvislost s Pythagorovou větou. Na kružnici k najdeme pouze čtyři body, protože neexistuje pravoúhlý trojúhelník s přeponou 2 a odvěsnami, jejichž velikost se rovná celému číslu. Naopak existuje pravoúhlý trojúhelník s přeponou 5 a odvěsnami o velikostech 3 a 4.

Př. 9: Vnitřní zóna havarijního plánování okolo elektrárny Temelín má poloměr 5 km, vnější zóna pak 13 km. Urči poloměr kružnic, které bys musel narýsovat na mapě v měřítku 1:50 000, abys obě zóny na mapě znázornil. Do které zóny patří vesnice Dříteň, která se nachází jižně od elektrárny? Do které zóny patří ještě jižněji položená Zliv? Patří mezi vesnice v zóně havarijního plánování i Ševětín?

Pedagogická poznámka: Poslední příklad je myšlen jako domácí úkol. Pokud se jeho kontrolou budete zabývat ve škole, zeptejte se, co znamená termín zóna havarijního plánování.

Shrnutí: I velikost písmenka použitého k označení může mít matematický význam.